

# 基于紧缩阈值加速退化试验的 长寿命产品可靠性评估

冯 静

(国防科技大学信息系统与管理学院系统工程系,湖南长沙 410073)

**摘 要:** 对于退化失效型产品,当产品的特性参数超过给定阈值时即发生失效,失效阈值定义越严格则对产品功能要求越高,则产品越容易发生因不满足该功能要求而失效,可见产品的寿命数据与失效阈值的定义密切相关.对于长寿命产品,通过紧缩失效阈值的方法,可以在低应力水平下得到更多的失效数据.论文建立了寿命分布与试验应力和失效阈值的关系模型,并提出了通过紧缩阈值加速退化试验数据对长寿命产品进行可靠性评估的方法,最后通过实例验证了方法的有效性.

**关键词:** 加速退化试验;退化模型;长寿命产品;可靠性评估;紧缩失效阈值

**中图分类号:** TP114      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112(2011)06-1253-04

## Reliability Assessment for Long-Life Products Based on ADT with Tightened Critical Values

FENG Jing

(College of Information System and Management, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract:** For products whose failures are defined in terms of performance characteristics exceeding their critical values, reliability assessment can be based on degradation measurements by using degradation models. Since the time-to-failure depends on the level of critical value, more life data can be obtained by tightening the critical value. This paper presents a method for the estimation of life distribution for long life products by using life data from degradation measurements. The relationship between life and critical value and stress is modeled and used to estimate the life distribution at a usual critical value design stress. The model parameters are estimated by using maximum likelihood and least square method. At last, an example is used to illustrate the validity of the method.

**Key words:** accelerated degradation tests(ADT); degradation model; long-life products; reliability assessment; tightened critical values

## 1 引言

对于长寿命高可靠的电子产品的寿命预测问题,目前普遍采用的有两类方法:一是加速寿命试验方法<sup>[1,2]</sup>,即根据加速寿命数据进行参数估计,该方法简单易于操作,但要使估计具有较高的精度,必须具备大量的寿命数据,而高可靠性产品,在低应力下试验时,在较短的时间内获取的寿命数据极为有限.二是性能退化建模方法<sup>[3~5]</sup>,这种方法主要是考虑到很多高可靠性产品具有退化失效的特性,即产品的工作状态由几个关键性能参数决定,对于每个参数都有规定的临界值,产品在工作过程中,当某个参数超出临界值时,即意味着产品退化失效的发生,这种方法可以减少试验样本量,缩短试验时间,已引起了极大的关注,但有时因为退化机

理复杂而很难建立退化轨道模型<sup>[6]</sup>,有时即使能建立退化轨道,但因模型为非线性或有多个随机参数,利用退化轨道模型直接进行寿命分布的推断时往往难以作解析计算<sup>[7]</sup>,只能借助仿真方法得到近似解.为了解决上述两类方法中遇到的困难,考虑到退化失效型产品的寿命与失效阈值直接相关,下文将采用紧缩失效阈值<sup>[8,9]</sup>的方法,通过退化轨道模型获得各阈值下的失效时间序列,再采用基于寿命数据的参数估计方法,得到高可靠性产品的寿命分布.

## 2 Weibull 分布产品加速退化试验数据建模

考虑到 Weibull 分布应用的广泛性,下文将以 Weibull 分布为例,说明基于紧缩失效阈值的加速退化建模的思想.

## 2.1 试验数据

进行试验的产品总数为  $n$ , 在应力  $S_i$  下进行试验的产品个数为  $n_i, i = 1, 2, \dots, h$ ; 试验的截尾时间为  $T_h$ . 由退化失效的定义, 退化轨道首次达到失效阈值的时间为失效时间, 因此失效时间与失效阈值密切相关, 不同的失效阈值意味着对产品功能要求的不同. 图 1 为在给定的应力  $S_i$  下试验时, 单调递减型退化失效产品的寿命与失效阈值的关系. 设  $D_0$  为产品在额定工作应力下的失效阈值, 对于单调递减型产品, 失效阈值越大, 意味着对产品功能要求越高, 于是产品越容易发生因不满足该功能要求而导致的失效, 寿命越短, 图中  $D_2 > D_1 > D_0$ , 因此称  $D_2$  和  $D_1$  为紧缩失效阈值.

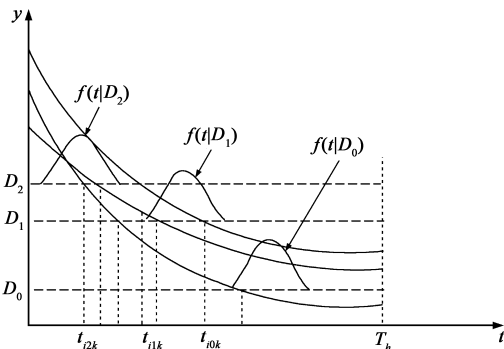


图 1 单调递减型退化失效产品在应力  $S_i$  下试验时寿命与失效阈值的关系

根据给定的失效阈值  $D_j$  和退化轨道的首次交点情况, 得到寿命分布为  $f(t|D_j), j = 0, 1, 2$ . 为说明方便, 在应力  $S_i$  下试验, 失效阈值为  $D_j$  时, 产品  $k$  的失效数据记为  $t_{i,j,k}, i = 1, 2, \dots, h; j = 0, 1, 2; k = 1, 2, \dots, n_i$ . 即可以得到如表 1 所示的寿命数据.

表 1 紧缩阈值加速退化试验中得到的寿命数据

阈值	$D_1$	$D_2$
应力 $S_1$	$t_{1,1,1}, t_{1,1,2}, \dots, t_{1,1,n_1}$	$t_{1,2,1}, t_{1,2,2}, \dots, t_{1,2,n_1}$
$S_2$	$t_{2,1,1}, t_{2,1,2}, \dots, t_{2,1,n_2}$	$t_{2,2,1}, t_{2,2,2}, \dots, t_{2,2,n_2}$
...	...	...
$S_h$	$t_{h,1,1}, t_{h,1,2}, \dots, t_{h,1,n_h}$	$t_{h,2,1}, t_{h,2,2}, \dots, t_{h,2,n_h}$

## 2.2 基本假设

(1) 应力的选取可以保证产品在不同应力  $S_i (i = 1, 2, \dots, h)$  下试验时, 与正常工作应力  $S_0$  下的失效机理相同, 为退化失效, 表现为特性参数  $y(t)$  随试验时间  $t$  单调递减.

(2) 在不同应力下产品的寿命服从 Weibull 分布, 形状参数由失效机理决定, 保持不变, 尺度参数由应力  $S_i$  和失效阈值  $D_j$  决定, 寿命分布函数为

$$F(t|S_i, D_j) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta_{ij}}\right)^m\right], t \geq 0$$

其中,  $\eta_{ij}$  由应力和失效阈值决定,  $\eta_{ij} = G(S_i, D_j)$ ,

$$i = 1, 2, \dots, h; j = 0, 1, 2.$$

## 2.3 Weibull 分布参数 $m, \eta_{i,j}$ 的极大似然估计

在应力  $S_i$  和失效阈值  $D_j$  时获取的失效时间为  $T_{ij} = \{t_{ijk}, k = 1, 2, \dots, n_i\}$ , 所对应的 Weibull 分布概率密度函数为

$$f(t|S_i, D_j) = \frac{m t^{m-1}}{\eta_{ij}^m} \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta_{ij}}\right)^m\right], t \geq 0, \\ i = 1, 2, \dots, h; j = 1, 2$$

则在所有的加速退化应力水平 ( $S_i, i = 1, 2, \dots, h$ ) 和紧缩失效阈值 ( $D_j, j = 1, 2$ ) 下获得的寿命数据 ( $Data \triangleq (T_{ij}, i = 1, 2, \dots, h; j = 1, 2)$ ) 的似然函数为

$$L(m, \eta_{11}, \dots, \eta_{h1}, \eta_{12}, \dots, \eta_{h2} | Data) \\ = \prod_{i=1}^h \prod_{j=1}^2 \prod_{k=1}^{n_i} \frac{m t_{ijk}^{m-1}}{\eta_{ij}^m} \exp\left[-\left(\frac{t_{ijk}}{\eta_{ij}}\right)^m\right]$$

联立求解方程组

$$\frac{\partial L}{\partial m} = 0, \frac{\partial L}{\partial \eta_{ij}} = 0, i = 1, \dots, h; j = 1, 2,$$

得到参数  $m, \eta_{ij}, i = 1, \dots, h; j = 1, 2$  的极大似然估计  $\hat{m}, \hat{\eta}_{ij}, i = 1, \dots, h; j = 1, 2$ .

## 2.4 基于失效机理和多元拟合确定 $(S_0, D_0)$ 下 Weibull 分布参数 $\eta$

对于 Weibull 分布产品, 决定失效机理的是形状参数  $m$ , 在不同的应力下保持不变, 因此只需确定尺度参数  $\eta_{ij}$  与应力  $S_i$  和失效阈值  $D_j$  的关系.

由数据列  $\{(S_i, D_j, \eta_{ij}), i = 1, 2, \dots, h; j = 1, 2\}$ , 通过失效机理分析, 确定  $\eta_{ij}$  与应力  $S_i$  和失效阈值  $D_j$  的函数关系. 下文以线性函数<sup>[8]</sup>为例说明方法的思想, 实际应用时可以根据具体机理选择其它函数形式. 设

$$\eta_{ij} = G(S_i, D_j) = \theta_0 + \theta_1 S_i + \theta_2 D_j, i = 1, 2, \dots, h; j = 1, 2$$

由多元线性拟合的最小二乘法确定参数  $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ , 即

$$\begin{bmatrix} \hat{\theta}_0 \\ \hat{\theta}_1 \\ \hat{\theta}_2 \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} (A^T Y),$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & S_1 & D_1 \\ 1 & S_2 & D_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & S_h & D_1 \\ 1 & S_1 & D_2 \\ 1 & S_2 & D_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & S_h & D_2 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} \eta_{11} \\ \eta_{21} \\ \vdots \\ \eta_{h1} \\ \eta_{12} \\ \eta_{22} \\ \vdots \\ \eta_{h2} \end{bmatrix}.$$

则  $(S_0, D_0)$  下的 Weibull 分布参数  $\eta$  的估计为

$$\hat{\eta}_{00} = \hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 S_0 + \hat{\theta}_2 D_0.$$

产品寿命  $T$  服从参数为  $(\hat{m}, \hat{\eta}_{00})$  的 Weibull 分布, 则可靠度函数为

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta_{00}}\right)^{\hat{m}}\right], t \geq 0$$

设产品额定任务时间为  $\tau$ , 则额定任务可靠度的点估计为  $R(\tau) \triangleq R_{\tau}$ . 还可以得到  $R_{\tau}$  在不同置信度  $\alpha$  下的置信下限估计  $R_{\alpha}$ .

### 3 实例分析

金属化膜高储能密度电容器是某型激光装置能源模块的关键器件, 具有较高的可靠性要求, 图 2 给出了从一批金属化膜电容器, 随机抽取 6 个电容器进行 10000 次正常工作条件下的充放电试验的容值退化情况. 该试验每充放电 1000 次记录一次电容值, 图 2 中横坐标为充放电次数, 纵坐标为电容器容值, 电容器额定设计电容为  $55 (\mu\text{F})$ , 失效阈值为下偏差 5%, 即  $D_0 = 52.25 \mu\text{F}$ , 当电容  $< D_0$  时, 意味着电容器失效. 根据工程经验设定紧缩失效阈值为  $D_1 = 55.8 \mu\text{F}$ ,  $D_2 = 56.3 \mu\text{F}$ . 图 2 中实线表示 6 个电容器的电容随充放电次数的变化规律; 水平方向的虚线表示紧缩失效阈值; 垂直方向的虚线与电容退化轨道的交点用“x”标识, 交点对应的横坐标即为紧缩阈值下的虚拟寿命. 由图可见, 在额定失效阈值  $D_0$  下, 到试验结束时未获得寿命数据. 而当  $D_2 = 56.3 \mu\text{F}$  时, 得到的寿命数据为  $T_{02} = \{2400, 4700, 5000, 6440\}$ ,  $T_{02}$  所对应的概率密度函数为  $f(t | S_0, D_2) = \frac{mt^{m-1}}{\eta_{02}^m} \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta_{02}}\right)^m\right]$ ; 当  $D_1 = 55.8 \mu\text{F}$  时, 得到的寿命数据为  $T_{01} = \{4400, 5400, 8500\}$ ,  $T_{01}$  所对应的概率密度函数为  $f(t | S_0, D_1) = \frac{mt^{m-1}}{\eta_{01}^m} \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta_{01}}\right)^m\right]$ . 由极大似然估计方法, 利用 Matlab 软件得到 Weibull 分布参数的极大似然估计为  $\hat{m} = 3.8$ ,  $\hat{\eta}_{01} = 6690$ ,  $\hat{\eta}_{02} = 5138$ .

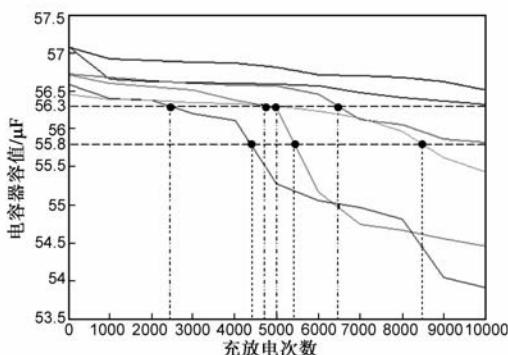


图2 失效阈值与电容器寿命的关系

上述寿命数据均是在额定工作应力下获得的, 因此, 只需考虑特征寿命与失效阈值的关系:

$$\hat{\eta}_{01} = \theta_0 + \theta_1 D_1; \hat{\eta}_{02} = \theta_0 + \theta_1 D_2$$

由最小二乘估计, 得到  $\hat{\theta}_0 = 1.7989 \times 10^5$ ,  $\hat{\theta}_1 = -3104$ . 于是, 在额定工作应力和额定失效阈值  $D_0$  下,  $\eta \triangleq \eta_{00} = 17709$ , 则电容器的可靠度函数为

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{17709}\right)^{3.8}\right]$$

由此得到该型电容器的平均寿命为 16005 次充放电, 可靠度为 0.9 时的可靠寿命为 22055 次充放电.

### 4 结论

(1) 对于退化失效型长寿命电子产品, 通过紧缩失效阈值的方法, 可以在加速退化试验中得到更多的失效数据, 既克服了传统寿命分析中失效数据缺乏的问题, 同时又解决了基于退化轨道进行寿命分布推断可能遇到的计算困难.

(2) 该文的模型是在 Weibull 寿命分布的基础上得到的, 可以推广应用于其它寿命分布.

(3) 文中给出了寿命分布参数与试验应力和失效阈值的线性关系, 进一步的研究还需要结合失效机理和退化轨道的特点确定寿命分布参数与失效阈值和试验应力的复杂关系.

### 参考文献

- [1] Yasuhiko Takemoto, Ikuo Arizono. Design of accelerated reliability tests based on simple-step-stress model[A]. Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium 2003[C]. USA: IEEE, 2003. 111 - 116.
- [2] Sarath Jayatileka, Geoffrey Okogbaa. Use of accelerated life tests on transmission belts for predicting product life, identifying better designs, materials and suppliers[A]. Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium 2003[C]. USA: IEEE, 2003. 101 - 105.
- [3] Suk Joo Bae, Way Kuo, etc. Degradation models and implied lifetime distributions[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2007, 92(6): 601 - 608.
- [4] Wenbiao Zhao, E A Elsayed. An accelerated life testing model involving performance degradation[A]. 2004 Annual Symposium of Reliability and Maintainability[C]. USA: IEEE, 2004. 324 - 329.
- [5] Gopikrishnan A. Reliability Inference Based on Degradation and Time to Failure Data: Some Models, Methods and Efficiency Comparisons[D]. USA: University of Michigan, 2004.
- [6] Vasily V Krivtson. Recent advances in theory and applications of stochastic point process models in reliability engineering[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2007, 92(5): 549 - 551.
- [7] C Joseph Lu, William Q Meeker, Luis A Escobar. A compari-

son of degradation and failure-time analysis methods for estimating a time-to-failure distribution[J]. *Statistica Sinica*, 1996, 6(5): 531 – 546.

[8] Guangbin Yang, Kai Yang. Accelerated degradation-tests with tightened critical values[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2002, 51(4): 463 – 468.

[9] 冯静, 周经伦. 长寿命产品退化筛选试验方法研究[J]. *电子学报*, 2008, 36(8): 1538 – 1542.

Fengjing, Zhou Jinglun. Research on environmental- stress-degradation-screening method for long-life products[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2008, 36(8): 1538 – 1542. (in Chinese)

## 作者简介



冯 静 女, 1975 出生, 安徽芜湖人, 分别于 1998 年、2001 年和 2004 年获得国防科技大学理学学士、理学硕士、工学博士学位, 现为国防科技大学信息系统与管理学院副教授, 在国内外学术刊物上发表论文 60 余篇, 目前主要研究方向为长寿命产品寿命预测、可靠性试验设计、可靠性信息融合等。 E-mail: new\_fengjing@sohu.com